**Ускорение**

Ускорение — это вторая производная координаты по времени. Мгновенная скорость точки, как известно из курса математики, представляет собой производную координаты точки по времени. Ускорение точки — это производная ее скорости по времени, или вторая производная координаты по времени. Поэтому уравнение движения тела, колеблющегося под действием силы упругости, можно записать так:

*x*′′=−*mk*​*x*,

где x'' — вторая производная координаты по времени.

Согласно этому уравнению при свободных колебаниях координата х изменяется со временем так, что вторая производная координаты по времени прямо пропорциональна самой координате и противоположна ей по знаку.

**Гармонические колебания**

Из курса математики известно, что вторые производные синуса и косинуса по их аргументу пропорциональны самим функциям, взятым с противоположным знаком. В математическом анализе доказывается, что никакие другие функции таким свойством не обладают. Все это позволяет с полным основанием утверждать, что координата тела, совершающего свободные колебания, меняется с течением времени по закону синуса или косинуса. На рисунке показано изменение координаты точки со временем по закону косинуса:

Гармонические колебания – это периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящие по закону синуса или косинуса.

**Амплитуда колебаний**

Амплитуда гармонических колебаний – это модуль наибольшего смещения тела от положения равновесия.

Амплитуда может иметь различные значения в зависимости от того, насколько мы смещаем тело от положения равновесия в начальный момент времени, или от того, какая скорость сообщается телу. Амплитуда определяется начальными условиями, а точнее энергией, сообщаемой телу. Но максимальные значения модуля синуса и модуля косинуса равны единице. Поэтому решение уравнения *x*′′=−*mk*​*x* не может выражаться просто синусом или косинусом. Оно должно иметь вид произведения амплитуды колебаний  х*m*​ на синус или косинус. Например,

*x*=*xm*​*cosω*0​*t*

или

*x*=*xm*​*sin*(*ω*0​*t*+2*π*​),

где *ω*0​=*mk*​​

**Период и частота гармонических колебаний**

При колебаниях движения тела периодически повторяются.

Период колебаний T – это промежуток времени, за который система совершает один полный цикл колебаний.

Частота колебаний *ν* – это число колебаний в единицу времени:

*ν*=*T*1​

В Международной системе единиц (СИ) частота колебаний равна единице, если за секунду совершается одно колебание. Единица частоты называется герцем (Гц) в честь немецкого физика Г. Герца.

Циклическая (круговая) частота колебаний *ω*0​ – это число колебаний за 2*π*:

*ω*0​=2*πν*=*T*2*π*​

Частоту свободных колебаний называют собственной частотой колебательной системы.

**Зависимость частоты и периода свободных колебаний от свойств системы**

Собственная частота колебаний тела, прикрепленного к пружине, равна:

*ω*0​=*mk*​​

Она тем больше, чем больше жесткость пружины k, и тем меньше, чем больше масса тела m. Это легко понять: жесткая пружина сообщает телу большее ускорение, быстрее меняет скорость тела. А чем тело массивнее, тем медленнее оно изменяет скорость под влиянием силы.

Период колебаний равен:

*T*=*ω*0​2*π*​=2*πkm*​​

Период колебаний тела на пружине и период колебаний маятника при малых углах отклонения не зависят от амплитуды колебаний.

Модуль коэффициента пропорциональности между ускорением  а*τ*​ и смещением х в уравнении *aτ*​=−*lg*​*x*, описывающем колебания маятника, представляет собой, как и в уравнении *x*′′=−*mk*​*x*, квадрат циклической частоты. Следовательно, собственная частота колебаний математического маятника при малых углах отклонения нити от вертикали зависит от длины маятника и ускорения свободного падения:

*ω*0​=*lg*​​

Период колебаний в данном случае равен:

*T*=2*πgl*​​

Эта формула справедлива только для малых углов отклонения нити.

Период колебаний зависит от параметров системы. Период колебаний возрастает с увеличением длины маятника. От массы маятника он не зависит. Чем меньше ускорение свободного падения, тем больше период колебаний маятника и, следовательно, тем медленнее идут часы с маятником.

Свойства механических колебаний используются в устройствах большинства электронных весов.